

# Prethodno napregnute konstrukcije

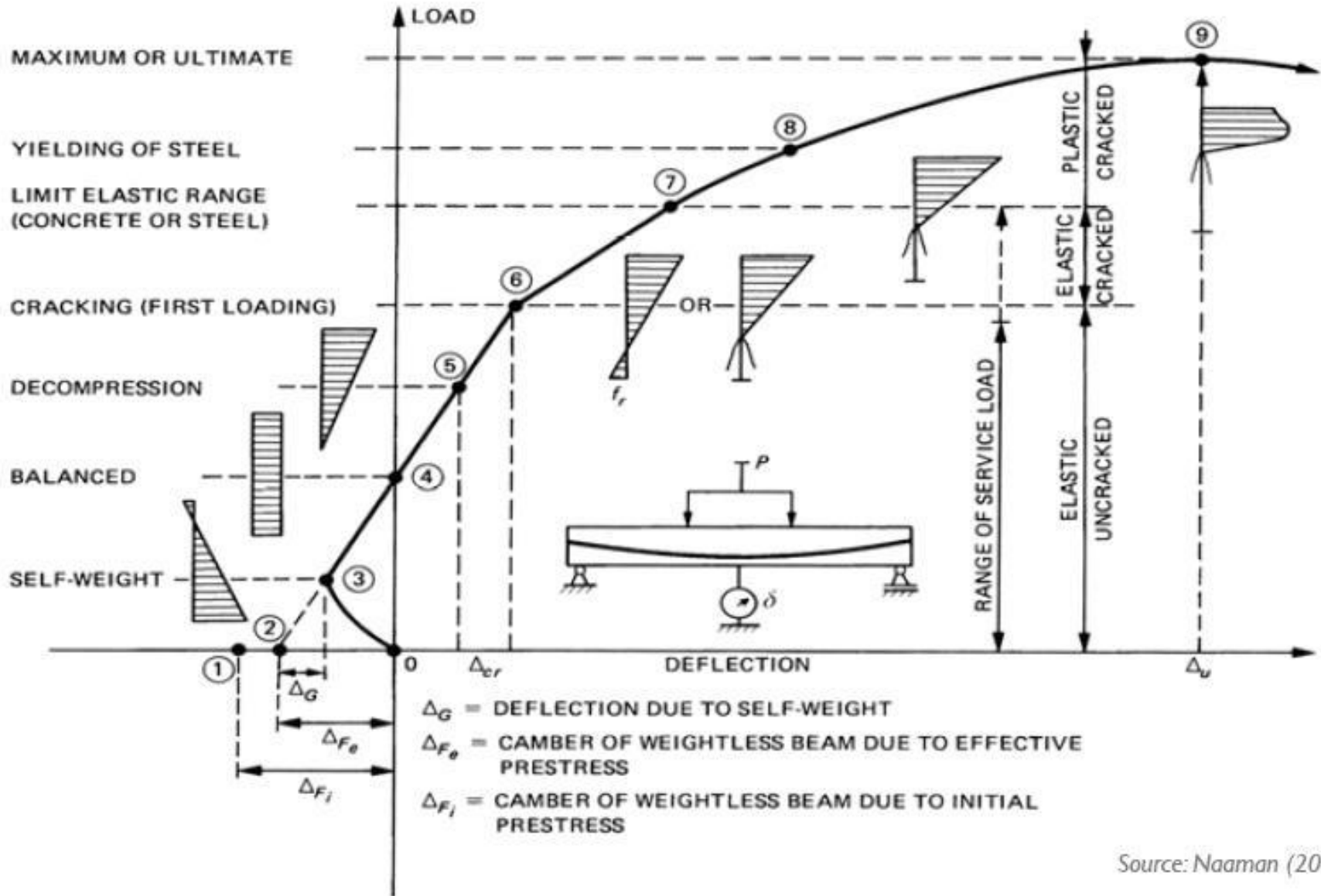
Predavanje VI  
2019/2020

Prof. dr Radmila Sindić-Grebović

# **Dimenzionisanje prethodno napregnutih konstrukcija II**

**Proračun prema graničnim stanjima nosivosti**

# Dijagram: Opterećenje – ugib – napon u betonu prethodno napregnutog nosača pri porastu opterećenja od 0 do loma



Source: Naaman (2004)

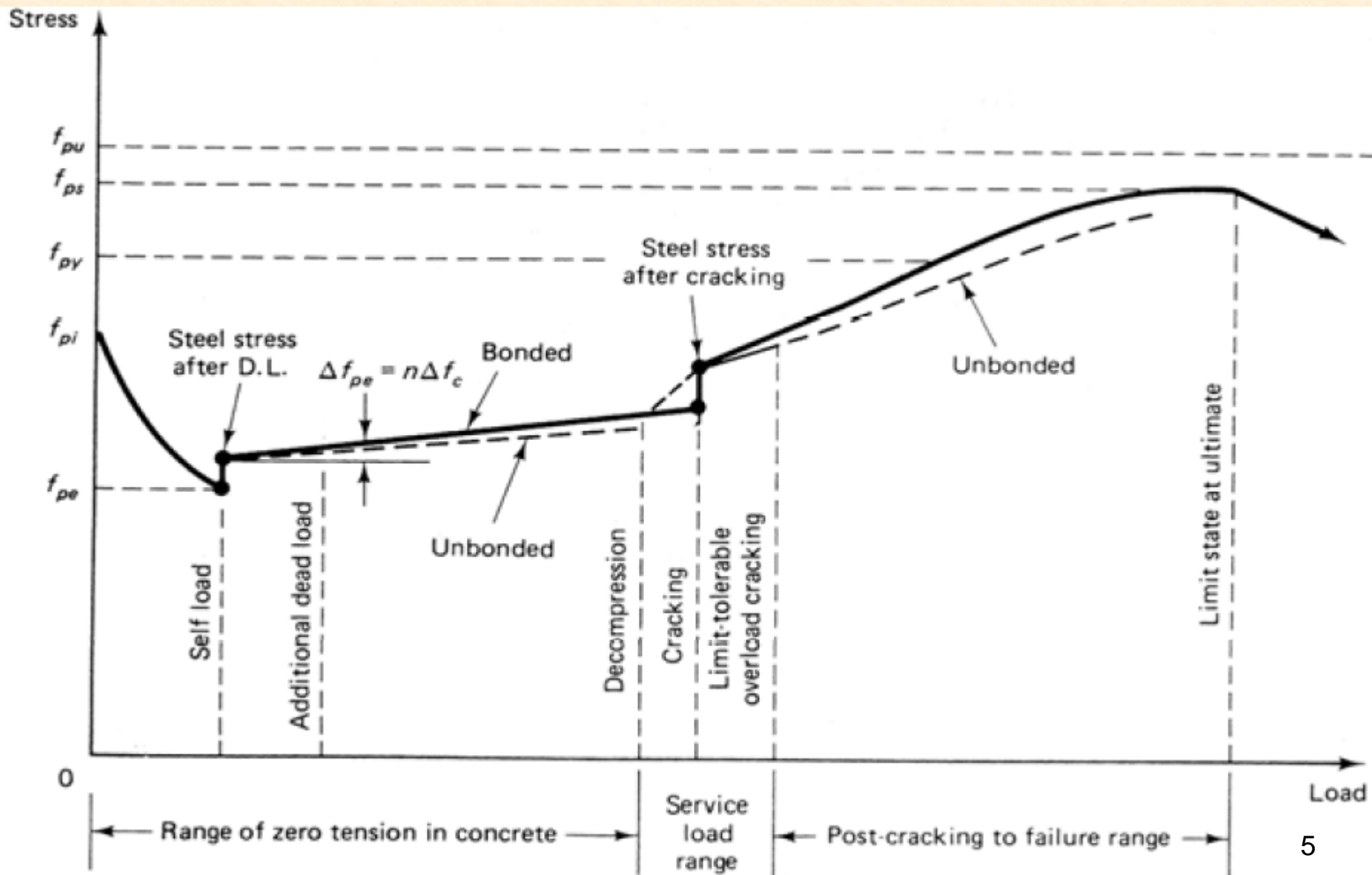
Na slici je prikazan dijagram opterećenje – ugib za prethodno napregnutu gredu, pri porastu opterećenje od 0 do granične nosivosti.

Pojedinačnim dijagramima prikazana je raspodjela napona u betonskom presjeku na mjestu maksimalnog momenta savijanja za svaki karakteristični nivo opterećenja.

**Pojedine tačke na dijagramu definišu sljedeće veličine:**

- 1&2. Teorijska krivina (nadvišenje) prethodno napregnute grede**
- 3. Sopstvena težina+sila prethodnog naprezanja**
- 4. Tačka nultog ugiba (tačka balansa) sa konstantnim naponom u betonu**
- 5. Tačka dekompresije gdje je napon na donjoj ivici presjeka jednak nuli**
- 6. Tačka pojave prslina – dostignut je moment pojave prslina**
- 7. Kraj elastičnog ponašanja (ne prekoračuje se u eksploataciji)**
- 8. Plastično tečenje čelika za prethodno naprezanje**
- 9. Granična nosivost sa lomom betona**

# Napon u čeliku za prethodno naprežanje pri porastu opterećenja od 0 do loma

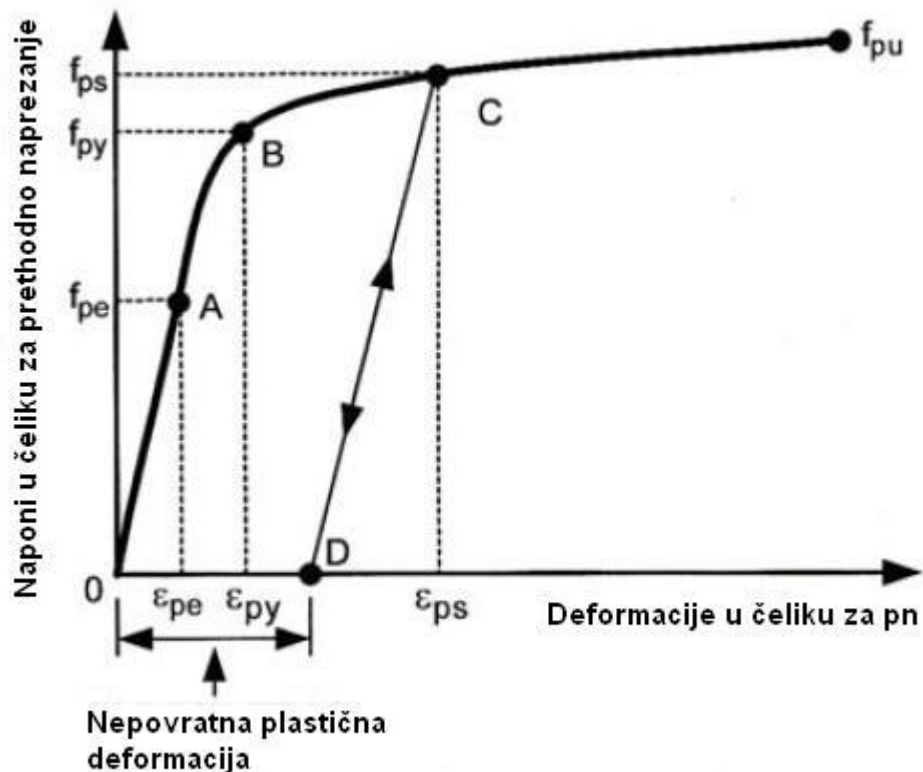


- **Naponi u čeliku za prethodno naprezanje rastu sa povećanjem opterećenja**
- **Pojava prslina u gredi dovodi do skoka napona u čeliku usljed dodatne sile zatezanja koja se sa isprskaloga betona prenosi na čelik za prethodno naprezanje.**
- **Tokom razvoja prslina u betonu napon u čeliku raste do dostizanja graničnog stanja nosivosti presjeka. Napon u čeliku obično dostiže granicu razvlačenja  $f_{py}$  a može rasti do granične čvrstoće  $f_{pu}$ .**
- **Napon je manji u kablovima bez spoja nego sa spojem zbog toga što se u prvom slučaju napon ravnomjerno raspodjeljuje duž kabla, dok se kod kablova sa spojem koncentriše u jednom poprečnom presjeku.**
- **U stanju granične nosivosti efekat prethodnog naprezanja, iskazan kroz prethodnu deformaciju čelika, se gubi. Računski napon zatezanja u čeliku zavisi od usvojenog računskog dijagrama za čelik, i biće veći kod čelika za prethodno naprezanje ako se usvoji dijagram sa porastom napona pri povećanju deformacije.**

## Sila prethodnog naprezanja u stanju granične nosivosti

Efekti prethodnog naprezanja gube značaj kada napon u čeliku za prethodno naprezanje pređe u zonu nelinearnosti.

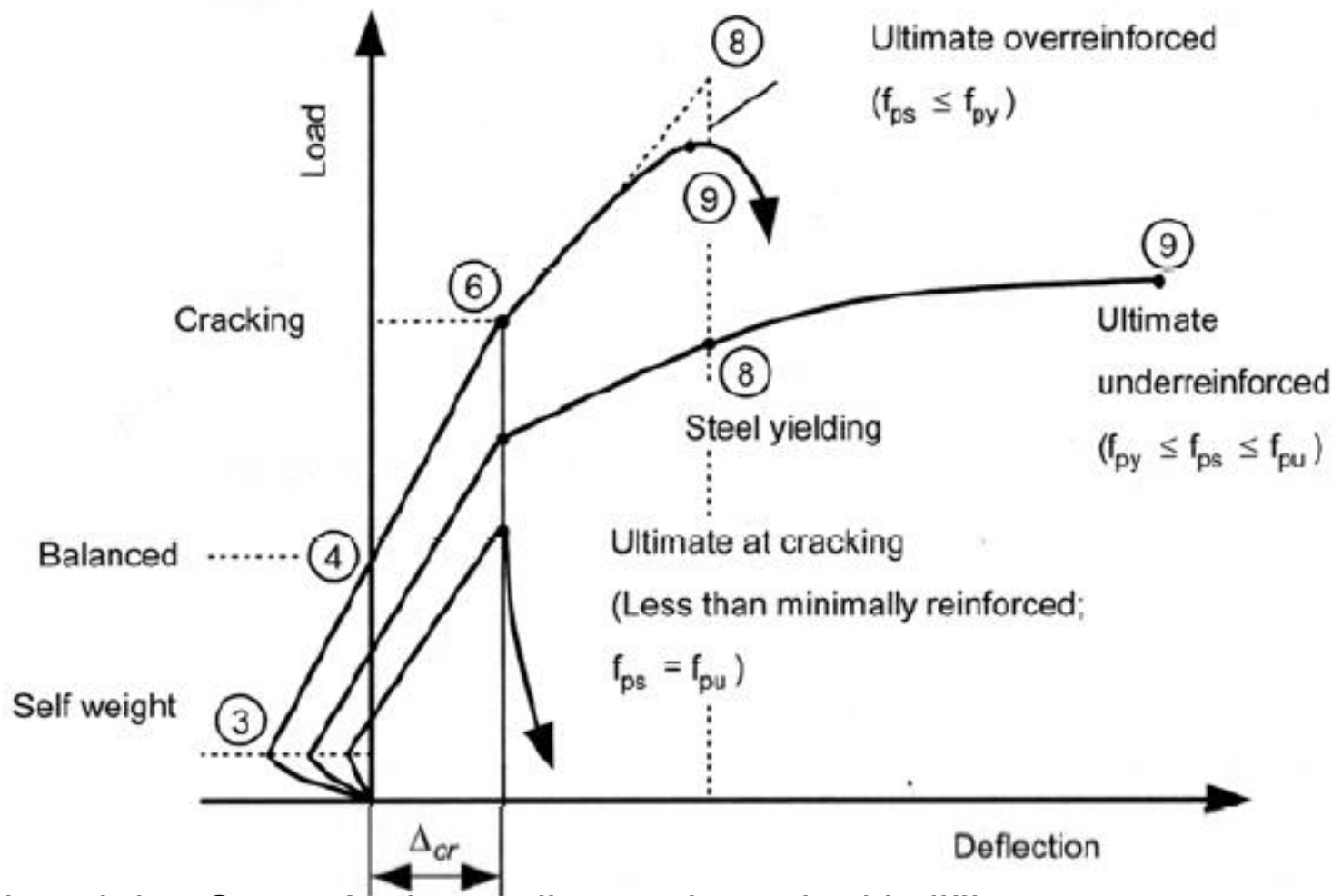
Presjek se razmatra kao armiranobetonski, pri čemu se računa sila zatezanja koju prihvataju čelik za prethodno naprezanje i meka armatura, pri dostizanju granične deformacije.



Dijagram napon – deformacija čelika za prethodno naprezanje

# Tipovi loma prethodno napregnutog nosača

## Failure Types



Promjene krive Opterećenje – ugib u zavisnosti od količine armature



# Tipovi loma

## ☐ Lom po zategnutoj armaturi

- Ovo je iznenadni lom i dešava se zato što nosač ima premalo armature

## ☐ Lom po betonu nakon tečenja armature

- Ovaj tip loma se naziva kontrolisano zatezanje

## ☐ Lom u betonu prije tečenja armature

- Ovo je kruti lom usljed previše armature. Naziva se prearmirani ili kontrolisan pritiskom

## Proračun prema graničnom stanju nosivosti

- Za prethodno napregnuti element, koji je dimenzionisan prema uslovima graničnih stanja upotrebljivosti, potrebno je dokazati da su ispunjeni zahtjevi za granična stanja nosivosti (momente savijanja, smicanje od poprečnih sila, lokalne napone, kao i druge ukoliko mogu biti dostignuta).
- **Parcijalni koeficijenti sigurnosti se uračunavaju odvojeno za opterećenje i za materijal, zavisno od proračunske situacije. Vrijednosti koeficijenata su definisane važećim propisima. Tabele sa vrijednostima parcijalnih koeficijenata su date u prilogu, prema \*).**
- **Pri razmatranju efekata sile prethodnog naprezanja primjenjuje se koeficijent sigurnosti  $\gamma_p$ , za koji se preporučuje vrijednost 0,9 (ako sila prethodnog naprezanja ima povoljno dejstvo - što je uobičajeno). Ova vrijednost se definiše Nacionalnim aneksom.**

\*)

**Table 2.1** Partial factors of safety applied to materials ( $\gamma_m$ )

<i>Limit state</i>	<i>Persistent and transient</i>		<i>Accidental</i>	
	<i>Concrete</i>	<i>Reinforcing and Prestressing Steel</i>	<i>Concrete</i>	<i>Reinforcing and Prestressing Steel</i>
<i>Ultimate</i>				
Flexure	1.50	1.15	1.20	1.00
Shear	1.50	1.15	1.20	1.00
Bond	1.50	1.15	1.20	1.00
Serviceability	1.00	1.00		

\*)

**Table 2.2** Partial safety factors at the ultimate limit state

<i>Persistent or transient design situation</i>	<i>Permanent actions (<math>G_k</math>)</i>		<i>Leading variable action (<math>Q_{k,1}</math>)</i>		<i>Accompanying variable actions (<math>Q_{k,i}</math>)</i>	
	<i>Unfavourable</i>	<i>Favourable</i>	<i>Unfavourable</i>	<i>Favourable</i>	<i>Unfavourable</i>	<i>Favourable</i>
(a) For checking the static equilibrium of a building structure	1.10	0.90	1.50	0	1.50	0
(b) For the design of structural members (excluding geotechnical actions)	1.35	1.00	1.50	0	1.50	0
(c) As an alternative to (a) and (b) above to design for both situations with one set of calculations	1.35	1.15	1.50	0	1.50	0

## Kapacitet nosivosti presjeka se određuje na osnovu:

- dostignutih velikih deformacija čelika

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p0} + \Delta\varepsilon_p,$$

pri čemu nije dostignuta računsa čvrstoća betona ( $f_{cd}$ ),

$\varepsilon_{p0}$  – deformacije čelika za prethodno naprezanje koja odgovara trajnoj sili prethodnog naprezanja ( $P_{mt}$ )

$\Delta\varepsilon_p$  – prirast deformacije čelika za prethodno naprezanje od efektivnog napona prethodnog naprezanja do napona u graničnom stanju nosivosti.

Prema EN 1992-1-1 mogu biti do 20‰ ili bez ograničenja ako se proračunska čvrstoća ograniči na  $f_{p0,1k}/\gamma_s$ .

- dostignutog kapaciteta nosivosti betona

$$\sigma_c = f_{cd},$$

dok su deformacije u čeliku manje od graničnih.

Pri tome su:

max deformacija je 3.5 ‰ za beton do C50/60; za beton veće klase od C50/60 je u funkciji čvrstoće betona, (MEST EN 1992-1-1)

- istovremenim dostizanjem graničnih deformacija u čeliku i betonu

# Osnovne proračunske pretpostavke

Prema MEST EN 1992-1-1 (odjeljak 6, tačka 6.1)

Pri određivanju graničnog momenta nosivosti armiranih ili prethodno napregnutih betonskih poprečnih presjeka usvajaju se sljedeće pretpostavke:

- ravni presjeci ostaju ravni
- deformacija u armaturi koja prijanja sa betonom, ili u kablovima za prethodno naprezanje sa prijanjanjem, i pri zatezanju i pri pritisku, jednaka je deformaciji okolnog betona
- zanemarena je čvrstoća betona pri zatezanju
- naponi u pritisnutom betonu određeni su prema proračunskom dijagramu napon-deformacija datom u 3.1.7 (MEST EN 1992-1-1)
- naponi u armaturi ili čeliku za prethodno naprezanje određeni su prema proračunskim dijagramima u 3.2 (slika 3.8) i 3.3. (slika 3.10) (MEST EN 1992-1-1)
- početna deformacija kablova za prethodno naprezanje uzeta je u obzir pri određivanju napona u kablovima

# Proračunski dijagrami za beton

Za proračun poprečnih presjeka može da se koristi dijagram napon-deformacija u obliku parabola-pravougaonik, pri čemu je deformacija pritiska sa pozitivnim znakom:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

za  $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{za } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

gdje je:

$n$  eksponent dat u tabeli 3.1, EN 1992-1-1

$\varepsilon_{c2}$  deformacija za max čvrstoću, tabela 3.1

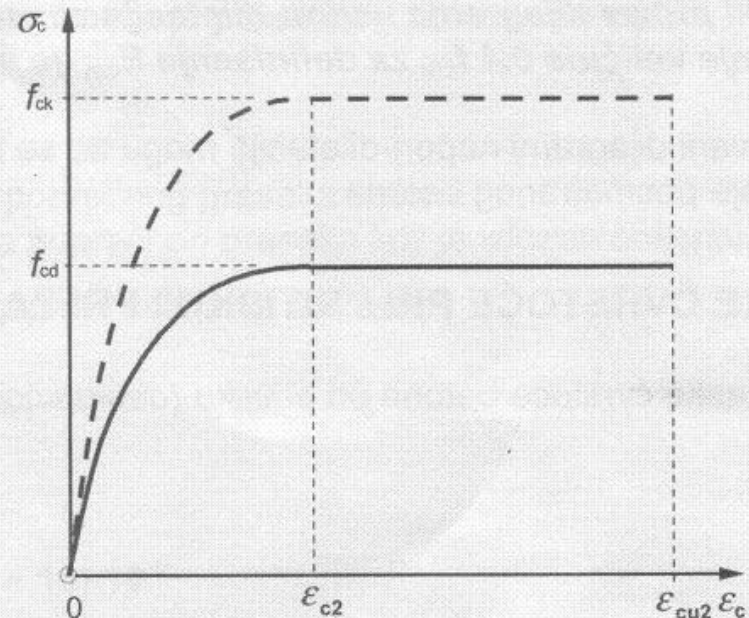
$\varepsilon_{cu2}$  granična deformacija, tabela 3.1

$f_{cd}$  proračunska čvrstoća pri pritisku definisana kao:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$$

$\gamma_c$  parcijalni koeficijent sigurnosti za beton (za stalne i prolazne pror. situacije je 1.5)

$\alpha_{cc}$  daje se u NA, preporučena vrijednost 1.0



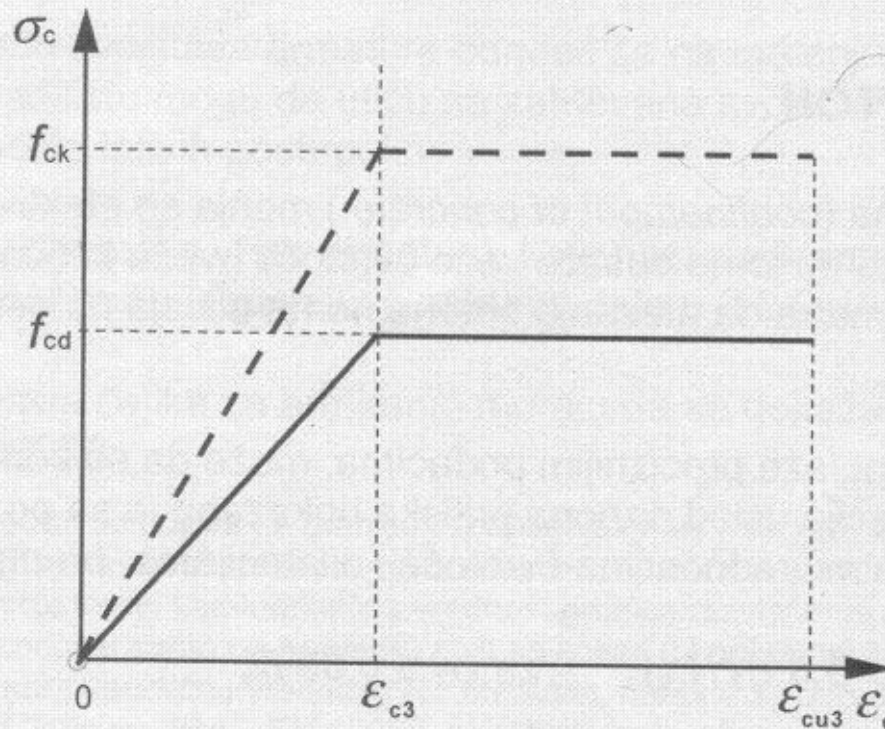
3: Dijagram parabola-pravougaonik za beton pri pritisku

## Bilinearni dijagram

Za proračun se mogu koristiti i **uprošćeni dijagrami** ako su ekvivalentni prethodno definisanom dijagramu ili su na strani sigurnosti.

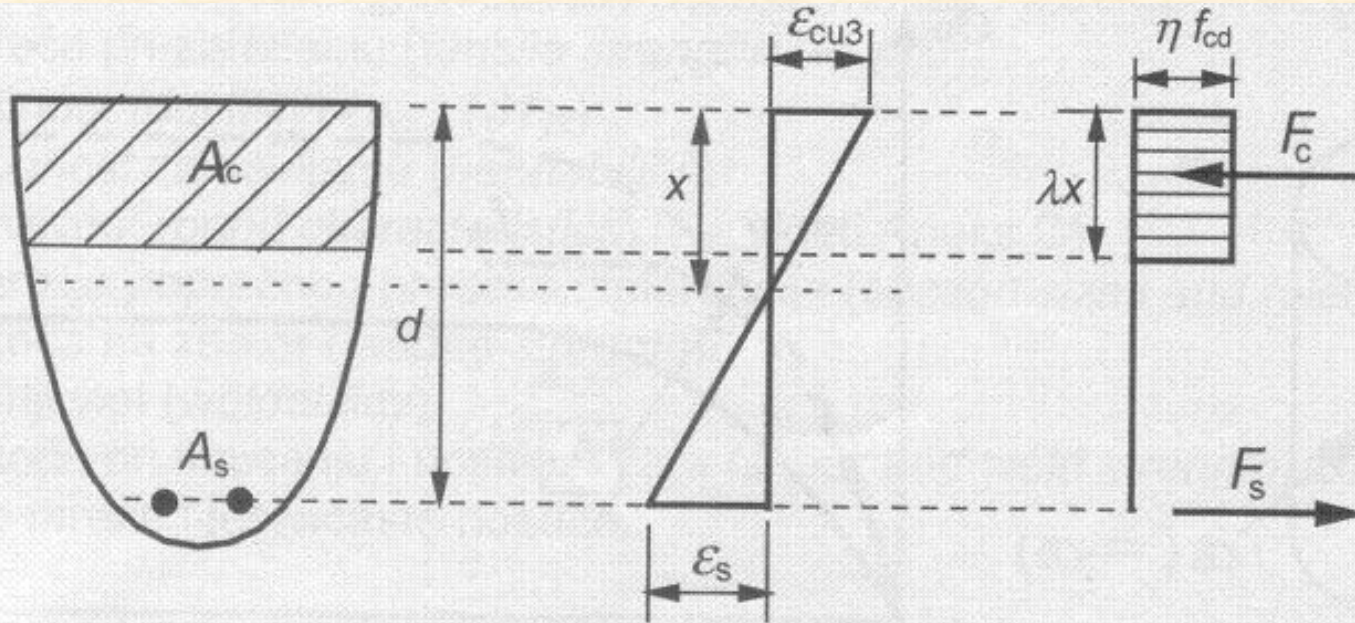
Jedan od mogućih dijagrama je bilinearni dijagram.

$\varepsilon_{c3}$  i  $\varepsilon_{cu3}$  su date u tabeli 3.1, EN 1992-1-1



Slika 3.4: Bilinearni dijagram napon-dilatacija





Slika 3.5: Pravougaoni dijagram napona

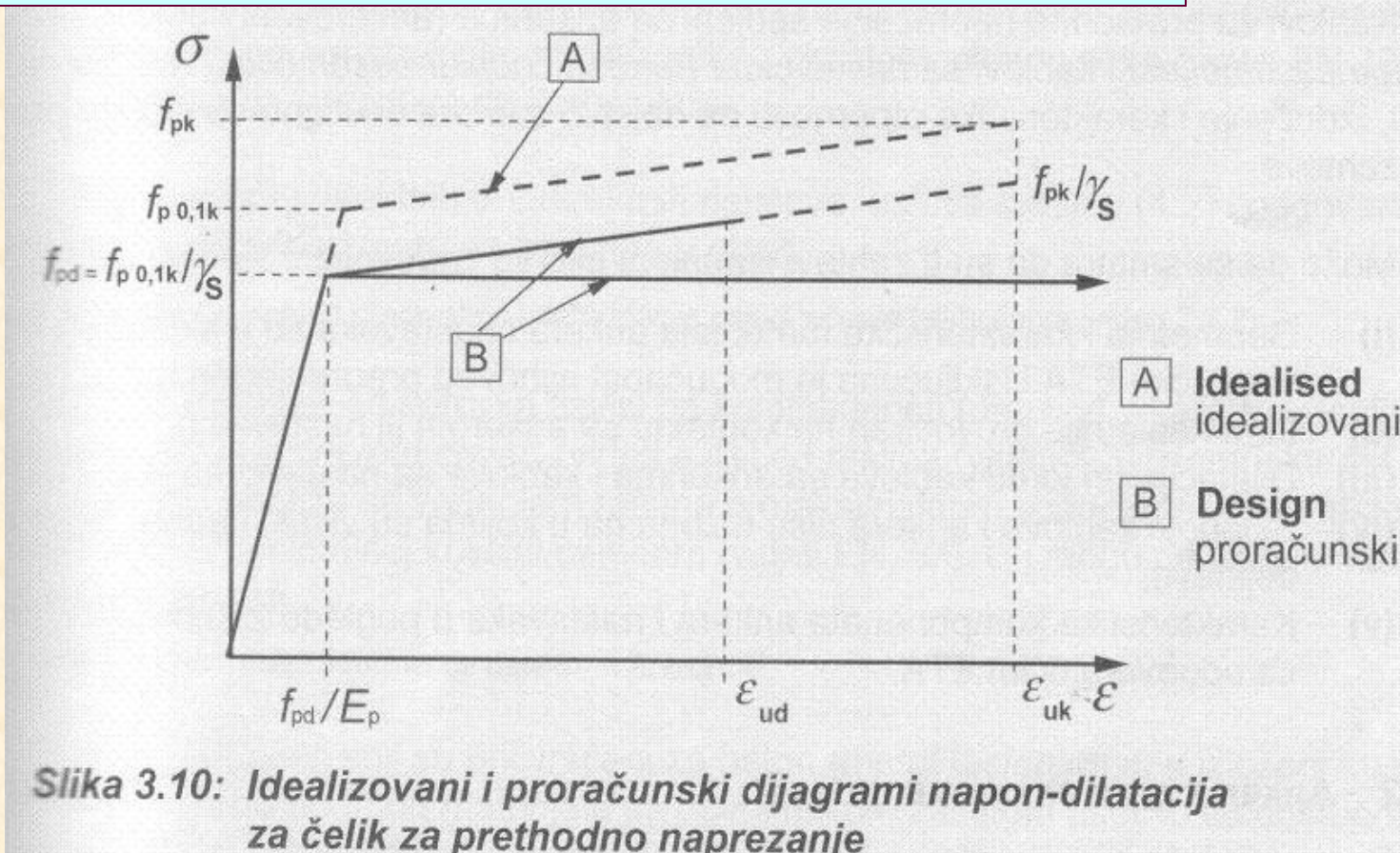
Može se koristiti pravougaoni dijagram (kao na slici 3.5) pri čemu su:

$$\lambda = 0.8 \quad \text{za} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0.8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad \text{za} \quad 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

$$\eta = 1.0 \quad \text{za} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\eta = 1.0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{za} \quad 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$



-Sa gornjom granom u nagibu i ograničenom  $\epsilon_{ud}$

U proračunu se može koristiti i stvarni  $\sigma$ - $\epsilon$  dijagram, ukoliko se njime raspolaže, s tim da se naponi iznad granice elastičnosti redukuju analogno slici 3.10

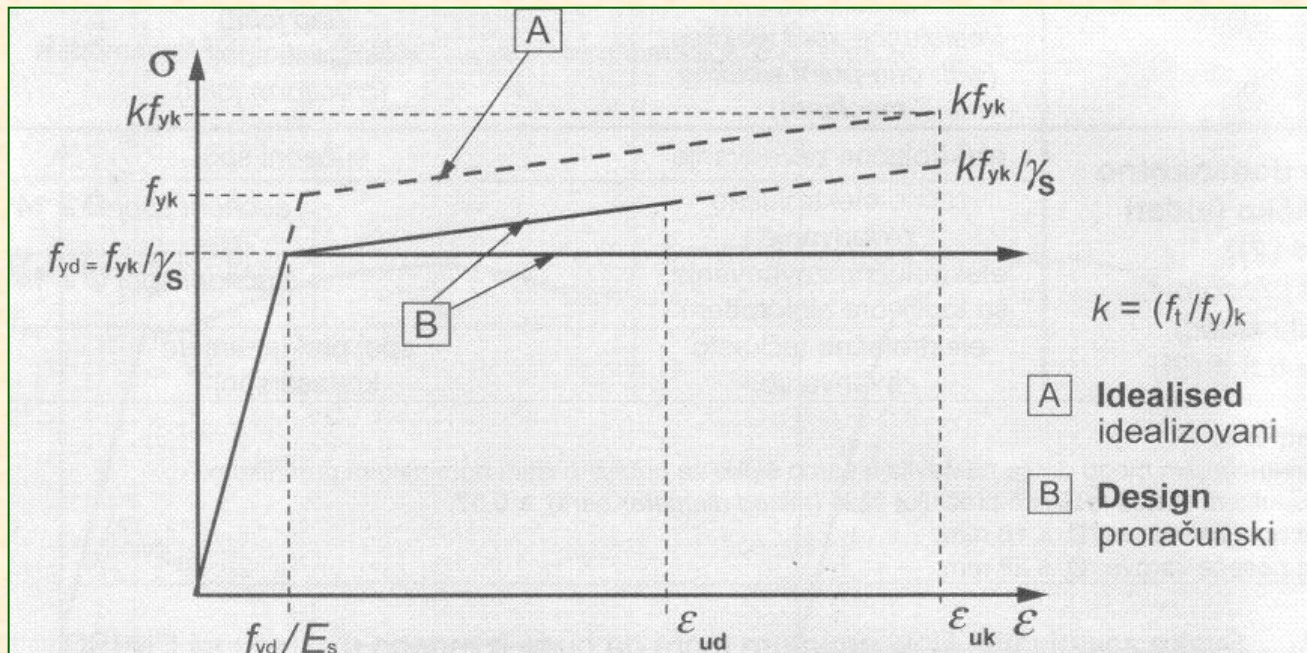
- Sa horizontalnom završnom granom, bez ograničenja deformacije

Preporučene vrijednosti:  $\epsilon_{ud} = 0.9\epsilon_{uk}$

Ako se ne raspolaže tačnijim vrijednostima usvaja se:  $\epsilon_{ud} = 0.02$  i  $f_{p0,1k}/f_{pk} = 0.9$

Za uobičajeni proračun može se usvojiti jedna od sljedećih pretpostavki:

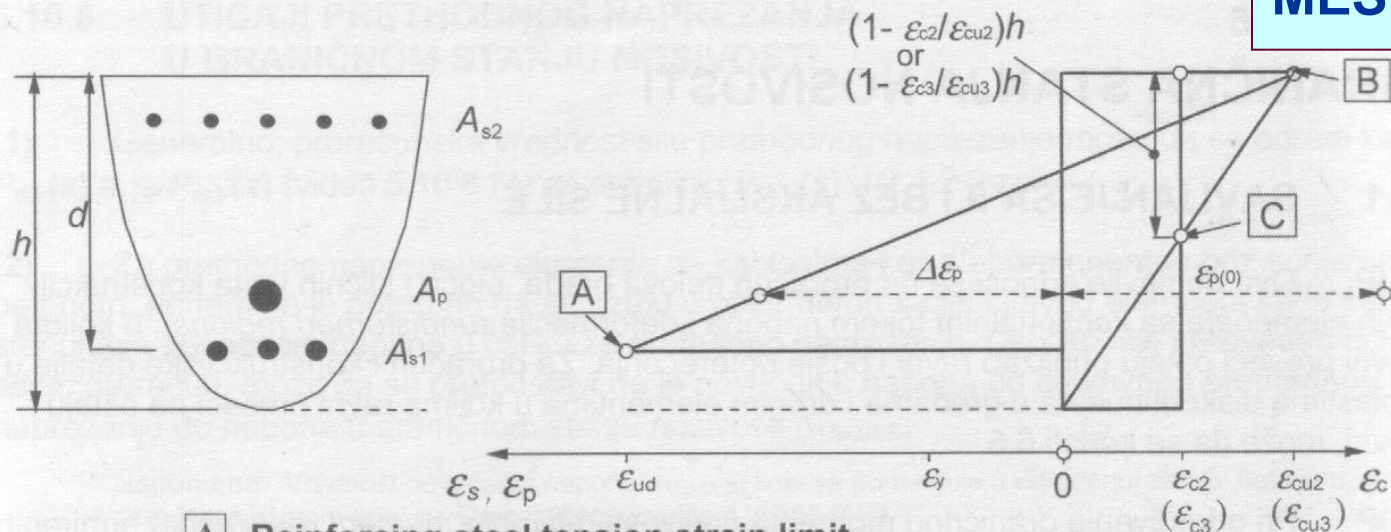
- Dijagram sa gornjom granom u nagibu, sa ograničenjem deformacije na vrijednost  $\varepsilon_{ud}$  i sa maksimalnim naponom  $kf_{yk}/\gamma_s$  pri graničnoj deformaciji  $\varepsilon_{uk}$  gdje je  $k=(f_t/f_y)_k$
  - dijagram sa horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacije.
- $\varepsilon_{ud}$  se daje u NA, a preporučena vrijednost je  $0.9 \varepsilon_{uk}$ , a  $k=(f_t/f_y)_k$  je dato u Aneksu C.



Slika 3.8: Idealizovani i proračunski dijagrami napon-dilatacija za čelik za armaturu (za zatezanje i za pritisak)

# Mogući dijagrami deformacija u graničnom stanju nosivosti

MEST EN 1992-1-1



- A** - Reinforcing steel tension strain limit  
granična dilatacija armature pri zatezanju
- B** - Concrete compression strain limit  
granična dilatacija betona pri pritisku
- C** - Concrete pure compression strain limit  
granična dilatacija betona pri čistom pritisku

Deformacija u betonu pri pritisku se ograniči na  $\epsilon_{cu2}$  ili  $\epsilon_{cu3}$  u zavisnosti od proračunskog dijagrama za beton koji se koristi.

Deformacije u mekoj armaturi i čeliku za prethodno naprezanje se ograniče na  $\epsilon_{ud}$ , gdje ta granica postoji.

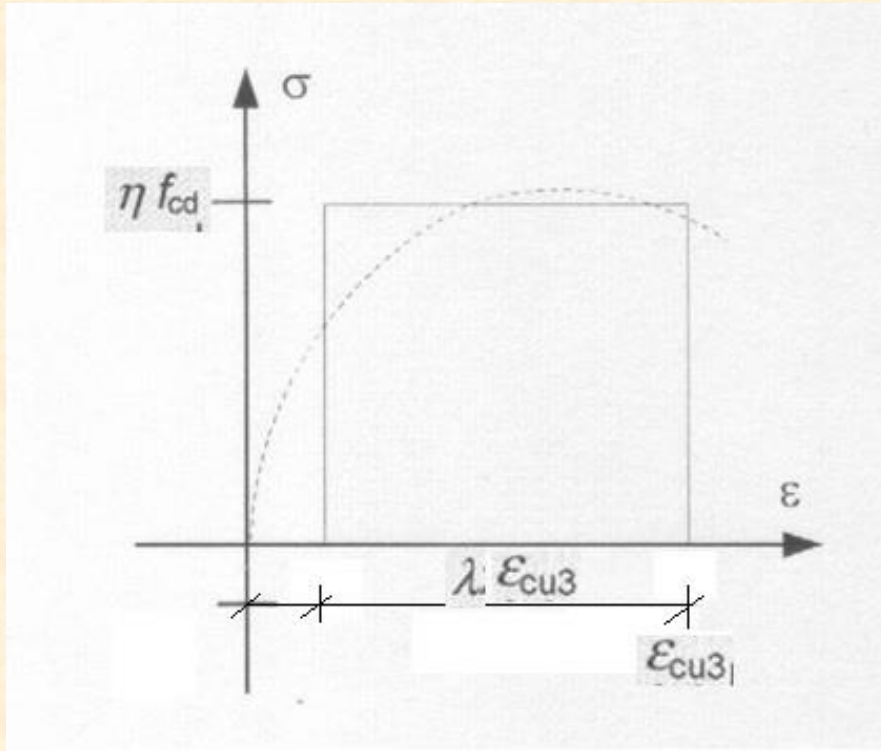
Kod prethodno napregnutih elemenata, kod kojih su kablovi trajno bez spoja sa betonom, u graničnom stanju nosivosti napon u kablovima se povećava za 100 MPa u odnosu na napon od efektivnog prethodnog naprezanja.

## **Proračun granične nosivosti presjeka sa pravougaonim radnim dijagramom betona**

**Proračun granične nosivosti presjeka na savijanje prema MEST EN 1992-1-1, korišćenjem uprošćenih dijagrama:**

- 1) Za beton se koristi pravougaoni dijagram**
- 2) Za čelik za prethodno naprezanje koristiti proračunski dijagram sa horizontalnom završnom granom, bez ograničenja deformacije**
- 3) Za čelik koji se koristi kao meka armatura - dijagram sa horizontalnom gornjom granom bez ograničenja deformacija**

# Uprošćeni radni dijagrami za beton i čelik za prethodno naprezanje



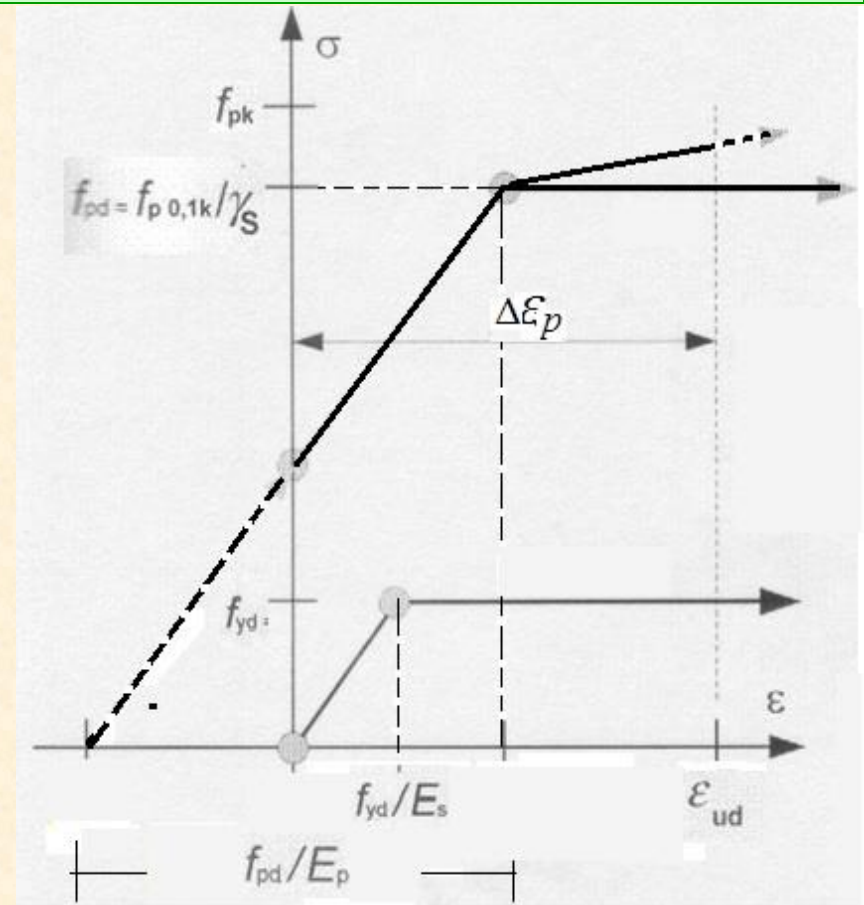
## Pravougaoni radni dijagram za beton

$\lambda = 0,8$  za  $f_{ck} \leq 50$  MPa

$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$   
za  $50 \leq f_{ck} \leq 90$  MPa

$\eta = 1,0$  za  $f_{ck} \leq 50$  MPa

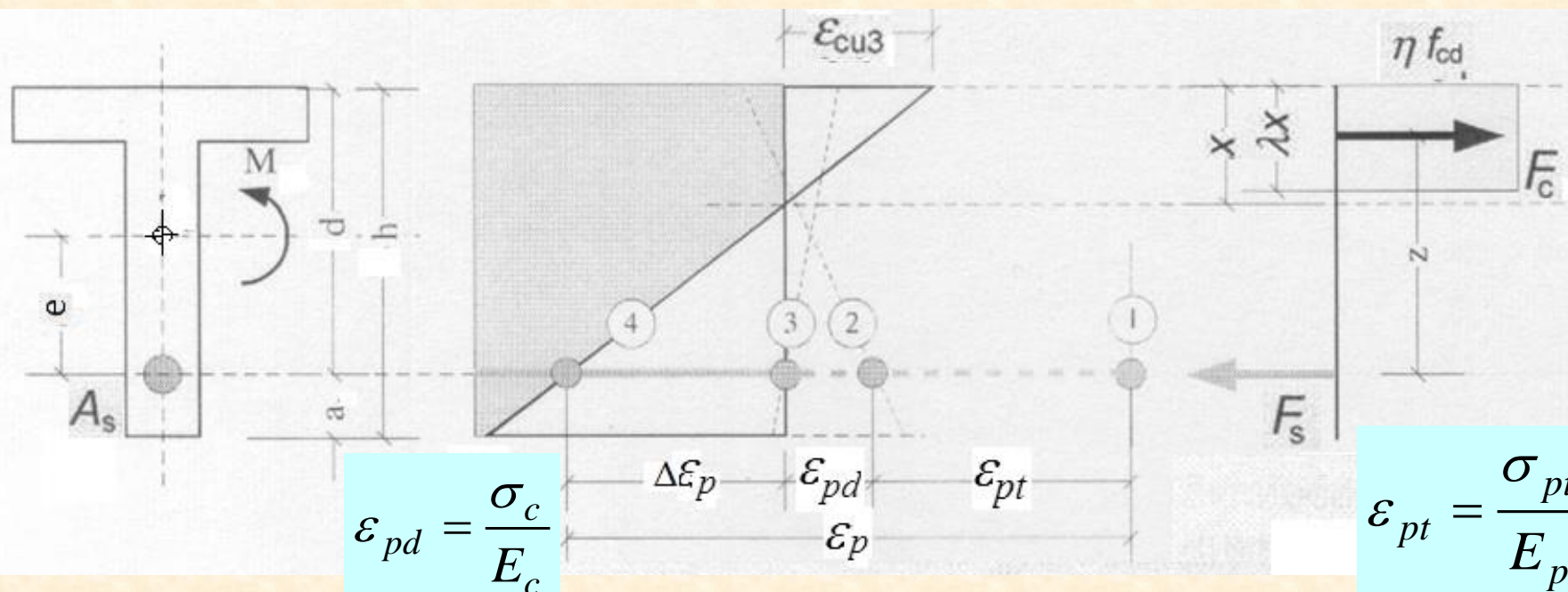
$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$   
za  $50 \leq f_{ck} \leq 90$  MPa



## Proračunski dijagrami za čelik za prethodno naprezanje i meku armaturu.

*U stanju granične nosivosti presjeka deformacija čelika za prethodno naprezanje veća je od deformacije meke armature za iznos deformacije u rezultujućem kابلu koja odgovara stanju dekompresije betona na tom nivou.*

# Proračunska šema sa pravougaonom raspodelom napona u betonu



Na slici je prikazana deformacija čelika za prethodno naprezanje, sa tri nivoa deformacije

Linja 2 prikazuje stanje deformacija od krajnje sile prethodnog naprezanja  $P_t$ , bez ostalih uticaja.

Linja 3 prikazuje deformacije u presjeku kada je beton na nivou rezultujućeg kabla u stanju dekompresije. Između stanja 2 i stanja 3 raste deformacija čelika za prethodno naprezanje ekvivalentno deformaciji betona pri dekompresiji, pa se može računati  $\varepsilon_{pd} = \sigma_c / E_c$

Linja 4 prikazuje deformacije u presjeku u fazi loma kada je u čeliku i/ili betonu dostignuta granična deformacija.

Za proračun granične nosivosti presjeka potrebno je odrediti položaj neutralne linije, odnosno stanje napona i deformacija u betonu i čeliku pri kojima je zadovoljen uslov ravnoteže u presjeku.

Deformacija čelika za prethodno naprezanje iznosi:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pt} + \varepsilon_{pd} + \Delta\varepsilon_p \quad \varepsilon_{pd} = \frac{\sigma_c}{E_c}$$

Proračunate deformacije u čeliku za prethodno naprezanje treba uporediti sa deformacijama u čeliku pri dostizanju računске nosivosti čelika  $f_{pd}$ . Ako je deformacija manja od  $f_{pd}/E_p$ , napon u čeliku se računa kao proizvod deformacije i modula elastičnosti čelika. U protivnom, se koristi vrijednost  $f_{pd}$  za proračun sile  $F_S$ .

Kad je poznata sila  $F_S$ , odredi se i sila  $F_C$ , položaj neutralne ose  $x$ , krak unutrašnjih sila  $z$ , kao i moment nosivosti presjeka  $M_{Ru}$ .



## Primjer\*) proračuna graničnog otpornog momenta presjeka $M_{Ru}$ ( $M_u$ )

The section of a pretensioned beam shown in figure 11.22 is stressed by ten 5 mm wires of 0.1% proof stress  $f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$ . If these wires are initially stressed to  $1120 \text{ N/mm}^2$  and 30 per cent losses are anticipated, estimate the ultimate moment of resistance of the section if class C35/45 concrete is used. The stress–strain curve for prestressing wire is shown in figure 11.23.

$$\text{Area of 5 mm wire} = \pi \times 5^2 / 4 = 19.6 \text{ mm}^2$$

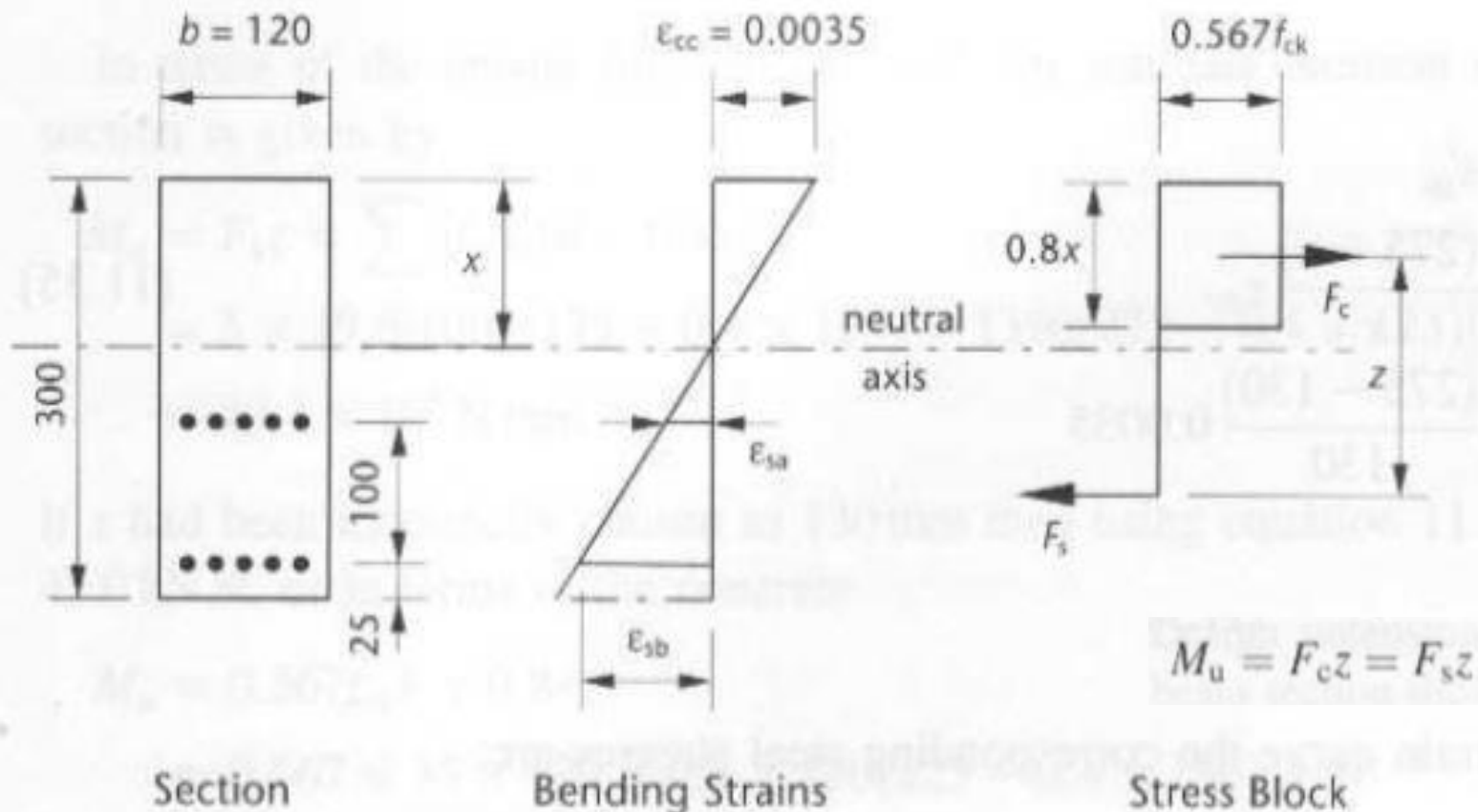
$$\text{Stress in steel after losses} = \gamma_p \times 1120 \times 0.7 = 0.9 \times 1120 \times 0.7 = 705 \text{ N/mm}^2$$

therefore

$$\text{Strain in steel after losses} = \frac{f_s}{E_s} = \frac{705}{205 \times 10^3} = 0.0034$$

which is less than  $\varepsilon_y$ , the yield strain.

## Primjer\*) proračuna graničnog otpornog momenta presjeka $M_{Ru}$ ( $M_u$ )



**Napomena:** U primjeru su veličine vezane za čelik za prethodno naprežanje sa oznakom „s“ dok je u u EC2 „p“.

## Deformacije čelika za prethodno naprežanje

As a first attempt try  $x = 130$  mm, approximately equal to  $0.5d$ .

$\varepsilon_s =$  prestress strain + bending strain,  $\varepsilon'_s$

Top layer

$$\varepsilon_{sa} = 0.0034 + \varepsilon'_{sa}$$

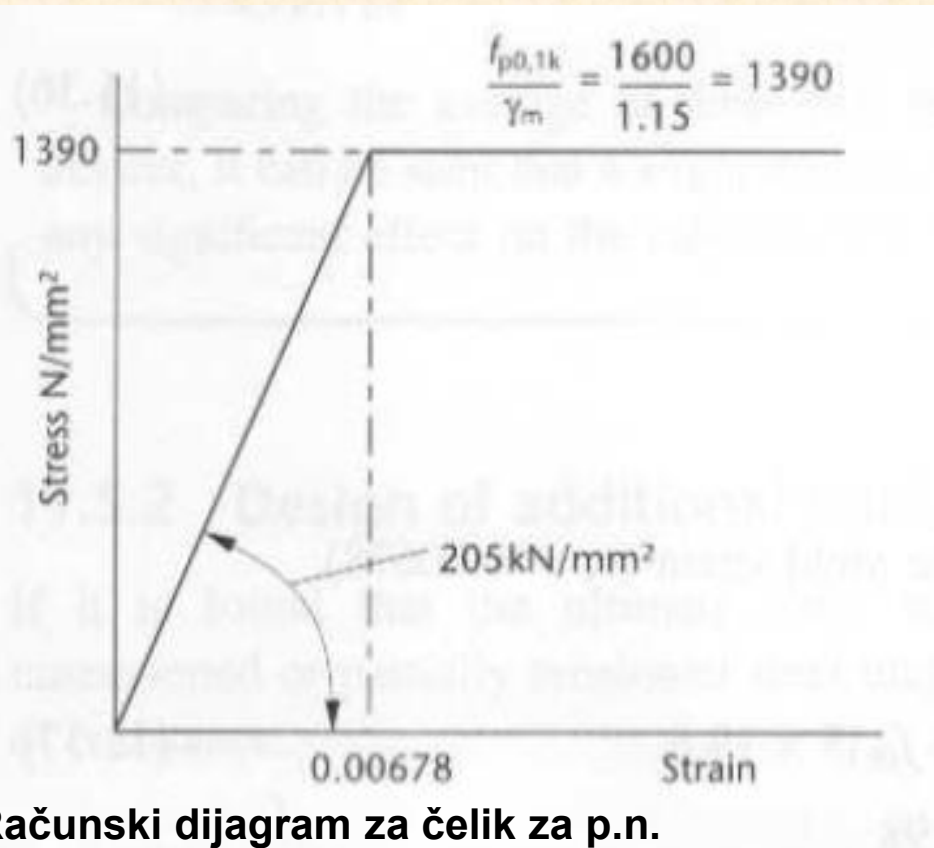
therefore

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sa} &= 0.0034 + \frac{(175 - x)}{x} \varepsilon_{cc} \\ &= 0.0034 + \frac{(175 - 130)}{130} 0.0035 \\ &= 0.0046\end{aligned}$$

Bottom layer

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sb} &= 0.0034 + \varepsilon'_{sb} \\ &= 0.0034 + \frac{(275 - x)}{x} \varepsilon_{cc} \\ &= 0.0034 + \frac{(275 - 130)}{130} 0.0035 \\ &= 0.0073\end{aligned}$$

## Naponi u čeliku za prethodno naprežanje



Napon u čeliku u gornjem redu  
gdje je  $\varepsilon_{sa} < 0.00678$

$$\begin{aligned} f_{sa} &= \varepsilon_{sa} \times E_s \\ &= 0.0046 \times 205 \times 10^3 \\ &= 943 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Napon u čeliku u donjem redu  
gdje je  $\varepsilon_{sb} > 0.00678$

$$f_{sb} = 1390 \text{ N/mm}^2$$

## Sila zatezanja u čeliku za prethodno naprezanje

$$\begin{aligned}F_s &= \sum f_s A_s = (f_{sa} + f_{sb}) 5 \times 19.6 \\ &= (943 + 1390) \times 98 \\ &= 229 \times 10^3 \text{ N}\end{aligned}$$

Sila pritiska u betonu sa pravougaonim dijagramom:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$$

$$\begin{aligned}F_c &= 0.567 f_{ck} b \times 0.8x \\ &= 0.567 \times 35 \times 120 \times 0.8 \times 130 \\ &= 248 \times 10^3 \text{ N}\end{aligned}$$

**Napomena:** Računska čvrstoća  $0.567f_{ck}$  dobija se korišćenjem korekcionog koeficijenta  $\alpha_{cc}=0.85$  u izrazu za  $f_{cd}$ , Većina evropskih zemalja je unijela ovaj koeficijent kroz NA, a ne 1.0 kako preporučuje EC2.

Usvojeno je  $\gamma_c=1.5$ , pa je vrijednost napona u računskom dijagramu:

$$\eta f_{cd} = 1.0 f_{cd} = 1.0 \times 0.85 f_{ck} / 1.5 = 0.567 f_{ck}$$

Dobijena sila u betonu je veća nego u čeliku, pa je potrebno ponoviti proračun za manju vrijednost  $x$  (viši položaj neutralne ose).

Vrijednosti proračuna za nekoliko položaja neutralne ose date su u Tabeli koja slijedi.

x (mm)	Strains		Stresses		Forces	
	$\epsilon_{sa}$ ( $\times 10^3$ )	$\epsilon_{sb}$	$f_{sa}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{sb}$	$F_s$ (kN)	$F_c$
130	4.6	7.3	943	1390	229	248
110	5.5	8.6	1121	1390	246	210
120	5.0	7.9	1026	1390	237	229
123	4.9	7.7	1000	1390	234	234

Ravnoteža u presjeku je uspostavljena za **x=123mm**, tj. **F<sub>s</sub> = F<sub>c</sub>**

Iz dijagrama za napone u čeliku, računajući za x=123 mm dobija se:.

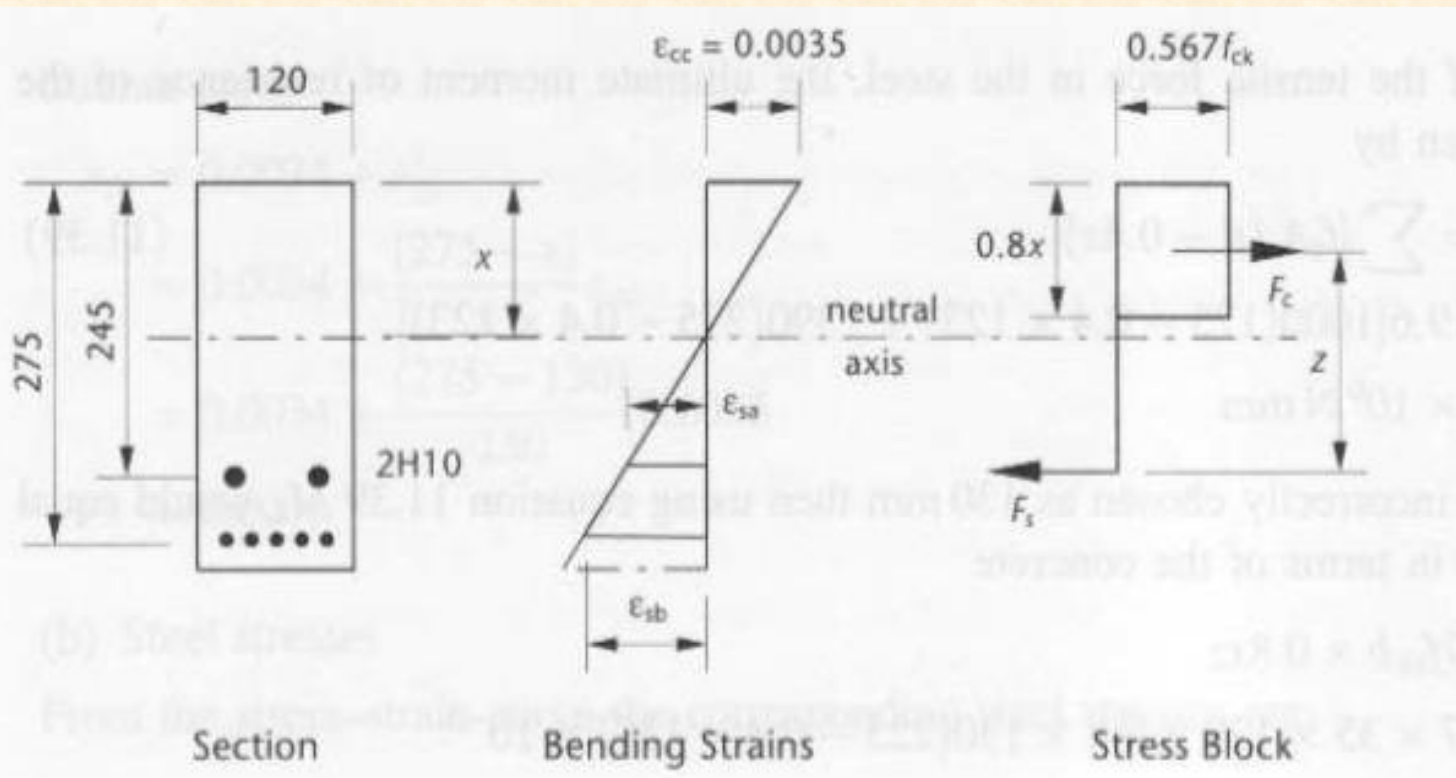
$$\begin{aligned}
 M_u &= F_s z = \sum [f_s A_s (d - 0.4x)] \\
 &= 5 \times 19.6 [1000(175 - 0.4 \times 123) + 1390(275 - 0.4 \times 123)] \\
 &= 43.1 \times 10^6 \text{ N mm}
 \end{aligned}$$

# Proračun dodatne armature

Ako nije zadovoljeno granično stanje nosivosti, potrebno je proračunati dodatnu armaturu koja nije prethodno napregnuta, ili je samo djelimično

## Primjer:

Proračunati nezategnutu armaturu  $f_{yk}=500 \text{ N/mm}^2$  za presjek na slici, prethodno napregnut sa 5 žica prečnika po 5 mm. Granični moment otpornosti presjeka treba da prevaziđe 40 kNm. Beton je klase C40/50, dok je čelik za prethodno naprezanje  $f_{p, 0.1k}=1600 \text{ N/mm}^2$



(a) Check ultimate moment of resistance

Maximum tensile force if prestressing steel yielded

$$= 0.9 \times \left[ 5 \times 19.6 \times \frac{1600}{1.15} \right] \times 10^{-3} = 123 \text{ kN}$$

$$\text{Concrete compressive area to balance} = \frac{123 \times 10^3}{0.567 \times 40} = 0.8 \times 120x$$

thus neutral-axis depth  $x = 56 \text{ mm}$ .

Assuming prestrain as calculated in example 11.10

total steel strain = prestrain + bending strain

$$= 0.0034 + \frac{(d - x)}{x} \times 0.0035$$

$$= 0.0034 + \frac{219}{56} \times 0.0035 = 0.0171 (> \text{yield})$$

$$\text{Lever arm} = 275 - 0.40 \times 56 = 253 \text{ mm}$$

Krak sila

**Napomena:** Koeficijent sigurnosti za silu zatezanja u čeliku za prethodno naprezanje je 0.9, jer je u ovom slučaju povoljno dejstvo sile pri provjeri statičke ravnoteže građevinske konstrukcije.



## Granični moment:

$$\text{ultimate moment of resistance} = 253 \times 123 \times 10^{-3} = 31.1 \text{ kNm}$$

Untensioned steel is therefore required to permit the beam to support an ultimate moment of 40 kNm.

$$\text{Additional moment capacity to be provided} = 40 - 31.1 = 8.9 \text{ kNm}$$

$$\text{Effective depth of additional steel} = 245 \text{ mm}$$

then

$$\text{lever arm to additional steel} \approx 220 \text{ mm}$$

$$245 - 0.4 \times 56 = 222 \text{ mm}$$

and

$$\text{additional tension force required} = \frac{8900}{220} = 40.5 \text{ kN}$$

thus

estimated area of untensioned steel required at its yield stress

$$= \frac{40500}{0.87 \times 500} = 93 \text{ mm}^2$$

Try two 10 mm diameter bars ( $157 \text{ mm}^2$ ).

(b) Check steel strain

If additional steel has yielded, force in two H10 bars =  $157 \times 500 \times 10^{-3} / 1.15$   
= 68.3 kN, therefore

$$\begin{aligned} \text{total tensile force if all the steel has yielded} &= 123 + 68.3 \\ &= 191.3 \text{ kN} \end{aligned}$$

thus

$$\begin{aligned} \text{depth of neutral axis at ultimate} &= \frac{191.3 \times 10^3}{0.567 \times 40 \times 120 \times 0.8} \\ &= 88 \text{ mm} \end{aligned}$$

Therefore

$$\begin{aligned} \text{prestressing steel strain } \epsilon_{sb} &= \frac{275 - 88}{88} \times 0.0035 + 0.0034 \\ &= 0.0108 \quad (> \text{yield}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{untensioned steel strain } \epsilon_{sa} &= \frac{245 - 88}{88} \times 0.0035 \\ &= 0.0062 \end{aligned}$$

**Napomena:** Deformacija meke armature je veća od deformacije na granici tečenja

$$\begin{aligned} \epsilon_y &= 500 / (1.15 \times 200 \times 10^3) \\ &= 0.00217 \end{aligned}$$

## Provjera graničnog momenta (oko centra pritiska)

$$\begin{aligned}M_u &= 123(275 - 0.40x) + 68.3(245 - 0.40x) \\ &= [123(275 - 0.40 \times 88) + 68.3(245 - 0.40 \times 88)]10^{-3} \\ &= 43.8 \text{ kNm}\end{aligned}$$

U slučaju kada u čeliku nije dostignuta granica tečenja potrebno je proračunati napone u čeliku shodno odgovarajućoj deformaciji. U tom slučaju postupak treba sprovesti iterativno (slično prethodnom primjeru).

# Parcijalno prethodno napregnute konstrukcije

- **Parcijalno prethodno napregnuti elementi i konstrukcije, konstruišu se tako da pored kablova za prethodno naprezanje imaju i klasičnu armaturu koja računski prihvata dio uticaja od eksploatacionog opterećenja.**
- **Kod PPN konstrukcija usvojena je pretpostavka da se presjeci mogu naći u stanju sa prslinom pri dejstvu eksploatacionih opterećenja.**
- **Čelik za prethodno naprezanje ili kombinacija prethodno napregnute i klasične armature usvaja se tako da su zadovoljeni zahtjevi nosivosti, upotrebljivosti i trajnosti.**

## Stepen prethodnog naprezanja

- Stepen prethodnog naprezanja definiše dio opterećenja za koje se u presjecima ne javljaju naponi zatezanja.
- Može se iskazati preko odnosa momenata u eksploataciji:

$$K = \frac{M_d}{M_g + M_p}$$

gdje je

- $M_d$  – moment dekompresije, koji predstavlja spoljašnji moment takvog intenziteta i smjera koji poništava napone pritiska izazvane dejstvom trajne sile prethodnog naprezanja, na ivici koja je bliža težištu sile prethodnog naprezanja
  - $M_g, M_p$  – momenti savijanja u presjeku za stalna i promjenljiva dejstva
- Može se iskazati kao odnos graničnih momenata koje prihvata armatura za prethodno naprezanje i ukupna armatura u presjeku:

$$K = \frac{(M_u)_p}{(M_u)_{p+s}}$$

## Postupak dimenzionisanja:

1. **Pretpostaviti oblik i dimenzije presjeka koristeći prethodna iskustva i preporuke. Usvojiti kvalitet betona**
2. **Usvojiti kablovsku armatura (broj i raspored i trasu kablova) iz naponsko-deformacijskih uslova, za početno i krajnje stanje, tako da se prethodnim naprežanjem balansira odabrani dio spoljašnjeg opterećenja.**
3. **Odrediti statičke uticaje od spoljašnjih opterećenja i od prethodnog naprežanja.**
4. **Proračunati gubitke sile prethodnog naprežanja i kontrolisati granično stanje napona pri prethodnom naprežanju i u eksploataciji.**
5. **Odrediti potrebnu meku armaturu iz uslova granične nosivosti presjeka na savijanje tako da meka armatura zajedno sa usvojenom kablovskom armaturom obezbijedi potrebnu graničnu nosivost presjeka, za najnepovoljniju kombinaciju dejstava.**

- Proračun je potrebno sprovesti iterativno.
- Količina meke armature se pretpostavi i proračunavaju se potrebni parametri za provjeru granične nosivosti presjeka.
- Pri proračunu se mogu koristiti prethodno navedeni postupci za proračun graničnog momenta savijanja. Po potrebi se može izvršiti korekcija ulaznih podataka

6. Kontrolisati granično stanje nosivosti na smicanje i odrediti potrebnu armaturu za osiguranje od smičućih dejstava.
7. Kontrolisati granično stanje upotrebljivosti: stanje prslina i ugiba. Po potrebi izvršiti korekcije

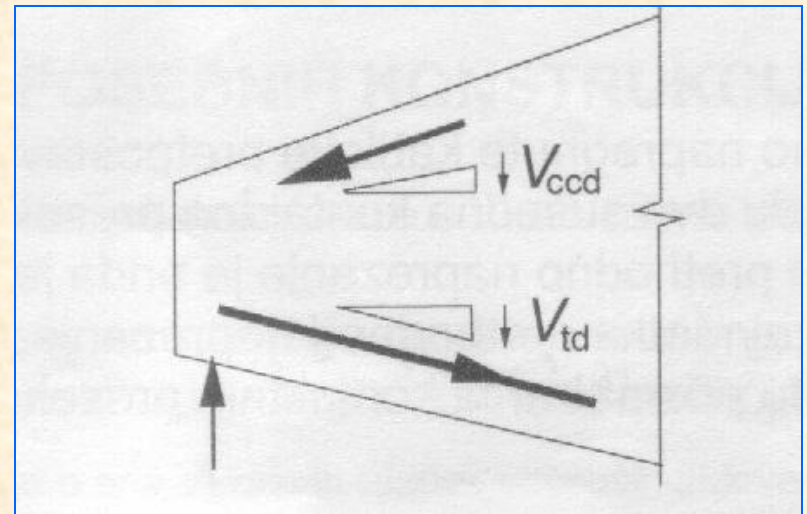
# **Granično stanje loma usljed poprečnih sila**



- Za proračun nosivosti na smicanje definišu se sljedeće vrijednosti:
  - $V_{Rd,c}$  – proračunska vrijednost nosivosti pri smicanju elementa bez armature za smicanje
  - $V_{Rd,s}$  – proračunska vrijednost sile smicanja koju može da prihvati armatura za smicanje na granici razvlačenja
  - $V_{Rd,max}$  – proračunska vrijednost maksimalne sile smicanja koju element može da prihvati, ograničena lomom betona u pritisnutim štapovima

Ako su flanše elementa u nagibu definišu se sljedeće dodatne vrijednosti

- $V_{ccd}$  – proračunska vrijednost smičuće komponente sile u pritisnutoj zoni, kada je pritisnuti pojas u nagibu
- $V_{td}$  – proračunska vrijednost smičuće komponente sile u zategnutoj armaturi kad je zategnuti pojas u nagibu



Nosivost pri smicanju elementa sa armaturom za smicanje je:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td}$$

U zonama elementa gdje je  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  nije potrebna proračunska armatura za smicanje.

$V_{Ed}$  je proračunska sila smicanja u posmatranom presjeku usljed spoljašnjeg opterećenja i prethodnog naprezanja (sa ili bez prianjanja betona i čelika).

Ukoliko prema proračunu nije potrebna armatura za smicanje treba predvidjeti minimalnu armaturu predviđenu u tački 9.2.2 EN 1992-1-1:2004.

U zonama elementa gdje je  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$  potrebno je da se predvidi armatura za smicanje dovoljna da je  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$ .

Zbir proračunske sile smicanja i dodatnih smičućih komponenti sila iz flanši nosača kada su u nagibu,  $V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td}$ , nigdje u elementu ne smije da prekorači dopuštenu maksimalnu vrijednost  $V_{Rd,max}$ .

# Elementi kojima nije potrebna proračunska armatura za smicanje

Proračunska vrijednost nosivosti pri smicanju  $V_{Rd,c}$  je data izrazom:

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

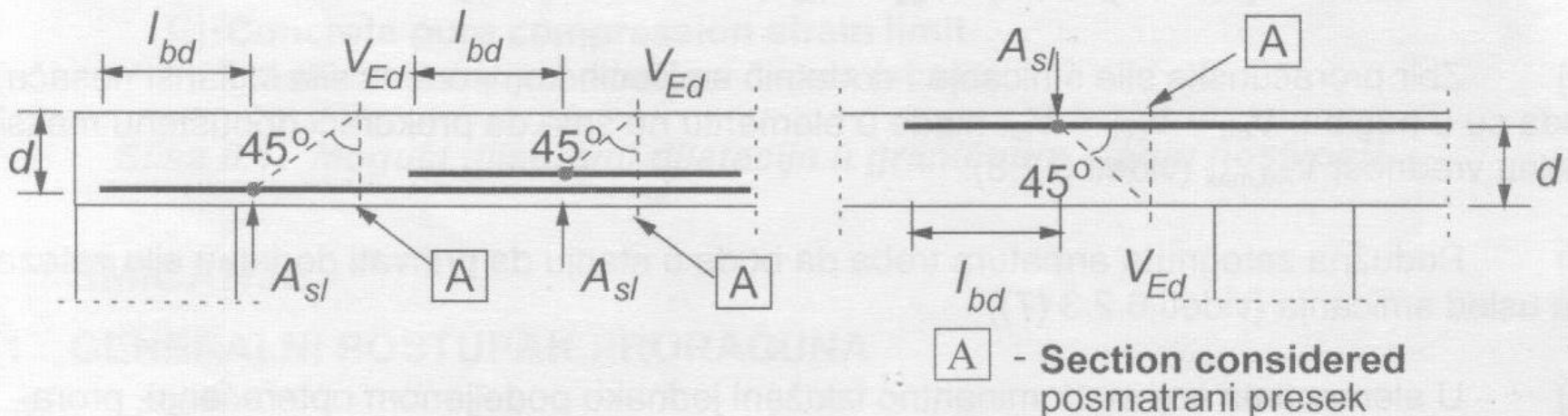
gdje je:  $f_{ck}$  u (MPa);

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$$

$d$  u (mm)

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0.02$$

$A_{sl}$  je površina zategnute armature, koja se produžava za  $\geq l_{bd} + d$  dalje od posmatranog presjeka, gdje je  $l_{bd}$  razvijena dužina sidrenja;  
 $b_w$  je najmanja širina poprečnog presjeka u zategnutoj zoni (mm);



$C_{Rd,c}$  se daje Nacionalnim aneksom; preporučuje se  $C_{Rd,c}=0.18/\gamma_c$ .

Uticaj prethodnog naprezanja na smičuću nosivost presjeka bez proračunske smičuće armature se uvodi preko člana:  $k_1 \cdot \sigma_{cp}$

$k_1$  koeficijent čija je preporučena vrijednost 0,15

$\sigma_{cp}$  napon pritiska u betonu u težišnoj osi od opterećenja ili od sile prethodnog naprezanja

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 f_{cd}$$

u (MPa)

$N_{Ed}$  - aksijalna sila u poprečnom presjeku od opterećenja ili prethodnog naprezanja, u (N);

$A_c$  - površina poprečnog presjeka betona u ( $mm^2$ );

**Minimalna proračunska vrijednost nosivosti pri smicanju se može izračunati primjenom izraza:**

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + 0.15\sigma_{cp})b_w d$$

**gdje je:**

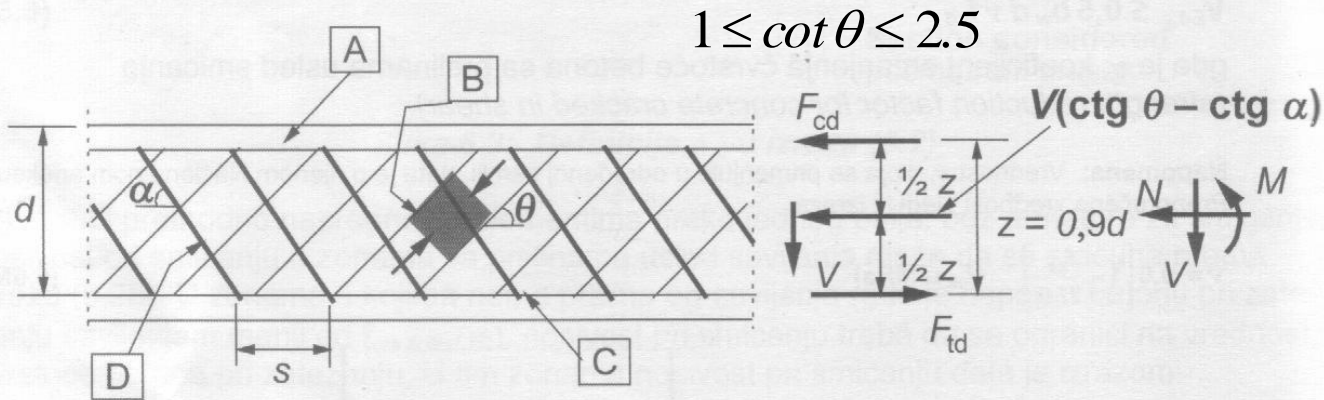
$$v_{min} = 0.035k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

**Dobija se:**

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= (0.035k^{3/2} f_{ck}^{1/2} + 0.15\sigma_{cp})b_w d \\ &= \left[ 0.035 \left(1 + \sqrt{200/d}\right)^{3/2} f_{ck}^{1/2} + 0.15\sigma_{cp} \right] b_w d \end{aligned}$$

# Elementi u kojima je potrebna proračunska armatura za smicanje

Proračun elemenata kojima je potrebna armatura za smicanje zasniva se na modelu rešetke sa promjenljivim nagibom pritisnute dijagonale, gdje je vrijednost ugla nagiba  $\theta$  ograničena na sljedeći način:

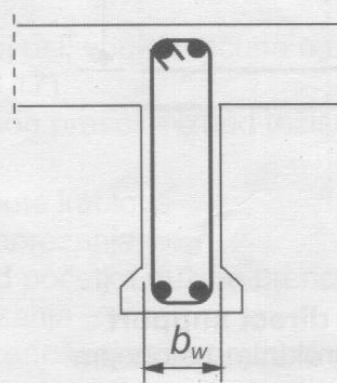
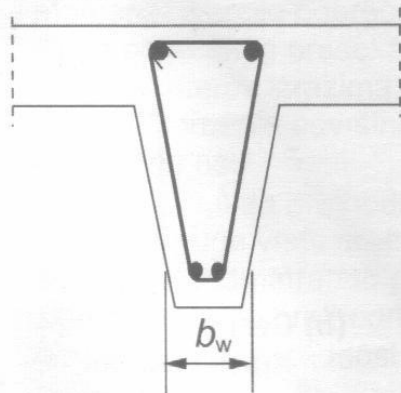


**A** - Compression chord  
pritisnuti pojas

**C** - Tensile chord  
zategnuti pojas

**B** - Struts  
pritisnuti štapovi

**D** - Shear reinforcement  
armatura za smicanje



$\alpha$  – ugao između armature za smicanje i podužne ose grede

$\theta$  – nagib pritisnutog betonskog štapa

$F_{td}$  – proračunska sila zatezanja u podužnoj armaturi

$F_{cd}$  – proračunska vrijednost sile pritiska u betonu u pravcu podužne ose elementa

$b_w$  – minimalna širina poprečnog presjeka

$z$  – krak unutrašnjih sila ( $z=0.9d$ )

Za elemente sa vertikalnom armaturom za smicanje, nosivost pri smicanju,  $V_{Rd}$ , je jednaka manjoj od sljedeće dvije vrijednosti:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (18)$$

$$V_{Rd,max} = [\alpha_{cw} v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)] b_w z \quad (19)$$

gdje je:

$A_{sw}$  površina poprečnog presjeka armature za smicanje;

$s$  rastojanje uzengija;

$f_{ywd}$  proračunska granica razvlačenja armature za smicanje;

$f_{ywk}$  karakteristična vrijednost granice razvlačenja armature za smicanje;

$v_1$  koeficijent kojim se smanjuje čvrstoća betona zbog prslina od smicanja

$\alpha_{cw}$  koeficijent kojim se uzima uticaj napona u pritisnutom pojasu

$\theta$  ugao između pritisnute betonske dijagonale i glavne zategnute tetive;

$b_w$  minimalna širina presjeka između zategnutog i pritisnutog pojasa;

$z$  krak unutrašnjih sila.

Vrijednosti  $v_1$  i  $\alpha_{cw}$  daju se Nacionalnim aneksom.

Preporučena vrijednost za  $\nu_1$  je  $\nu$  definisano izrazom:

$$\nu = 0.6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

Umjesto vrijednosti  $f_{ywd}$  u izrazu (18) za  $V_{Rd,s}$  koristi se vrijednost  $0.8f_{ywk}$ , ako se  $\nu_1$  odredi primjenom izraza (20).

Ako je proračunski napon u armaturi za smicanje manji od 80% od karakteristične vrijednosti granice razvlačenja  $f_{yk}$  za  $\nu_1$  može da se usvoji vrijednost:

$$\nu_1 = 0.6$$

za

$$f_{ck} \leq 60MPa$$

(20a)

$$\nu_1 = 0.9 - f_{ck}/200 > 0.5$$

za

$$f_{ck} > 60MPa$$

(20b)



Preporučena vrijednost za  $\alpha_{cw}$  je:

**1** za konstrukcije koje nijesu prethodno napregnute

$$\left(1 + \sigma_{cp}/f_{cd}\right) \quad \text{za} \quad 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25 f_{cd} \quad (21a)$$

$$1.25 \quad \text{za} \quad 0.25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.5 f_{cd} \quad (21b)$$

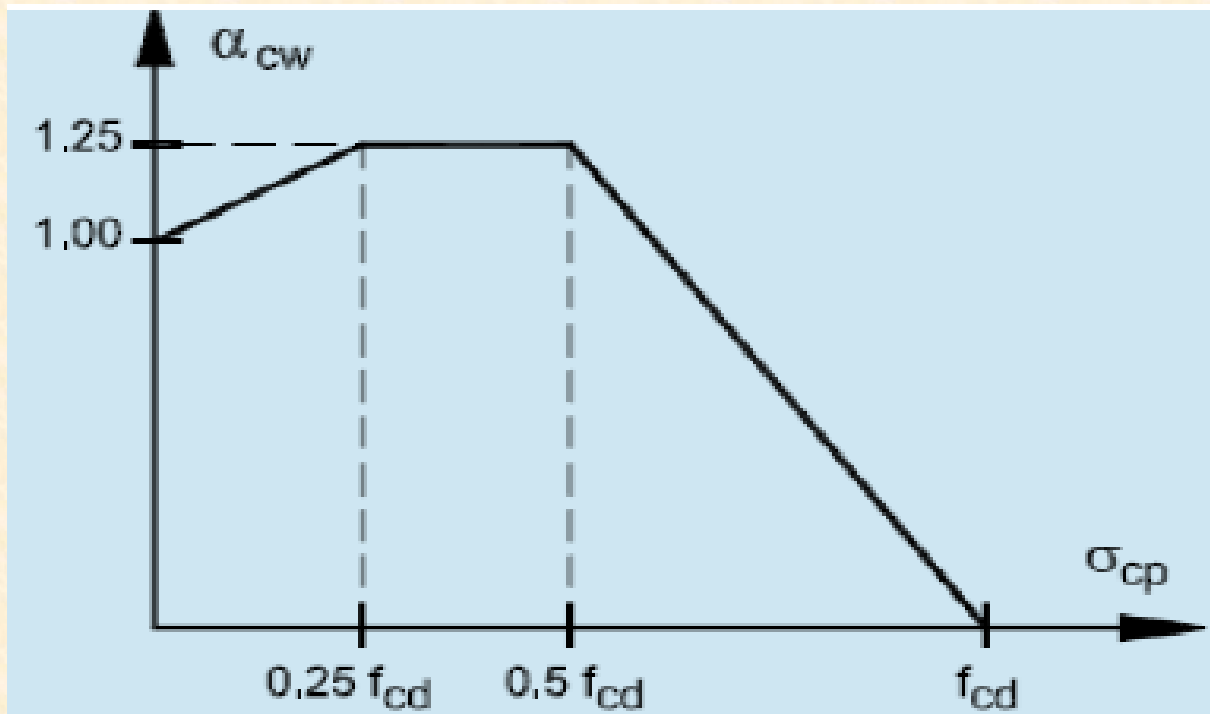
$$2.5 \left(1 - \sigma_{cp}/f_{cd}\right) \quad \text{za} \quad 0.5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1.0 f_{cd} \quad (21c)$$

gdje je:

$\sigma_{cp}$  srednja vrijednost napona pritiska u betonu, sa pozitivnim znakom, od proračunske aksijalne sile. Dobija se kao srednja vrijednost napona u betonskom presjeku, uzimajući u obzir i armaturu.

Vrijednost  $\sigma_{cp}$  ne treba da se sračuna na rastojanju manjem od  $0.5d \cdot \text{ctg}\theta$  od ivice oslonca.

Značenje koeficijenta  $\alpha_{cw}$  se može prikazati putem dijagrama:



Maksimalna efektivna površina armature za smicanje  $A_{sw,max}$  za  $ctg\theta=1$  dobija se iz izraza:

$$\frac{A_{sw,max}f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd}$$

Za elemente sa armaturom za smicanje u nagibu, nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sljedeće dvije vrijednosti:

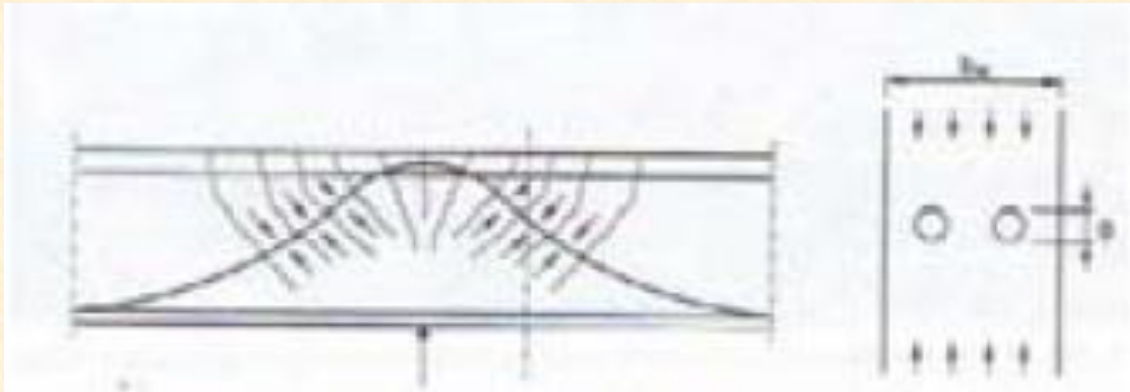
$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (ctg\theta + ctg\alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (ctg\theta + ctg\alpha) / (1 + ctg^2\theta)$$

Maksimalna efektivna armatura za smicanje  $A_{sw,max}$  za  $ctg\theta=1$  dobija se iz izraza:

$$\frac{A_{sw,max}f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd}}{\sin \alpha}$$

## Redukcija nosivosti na smicanje zbog slabljenja presjeka prisustvom zaštitnih cijevi za kablove

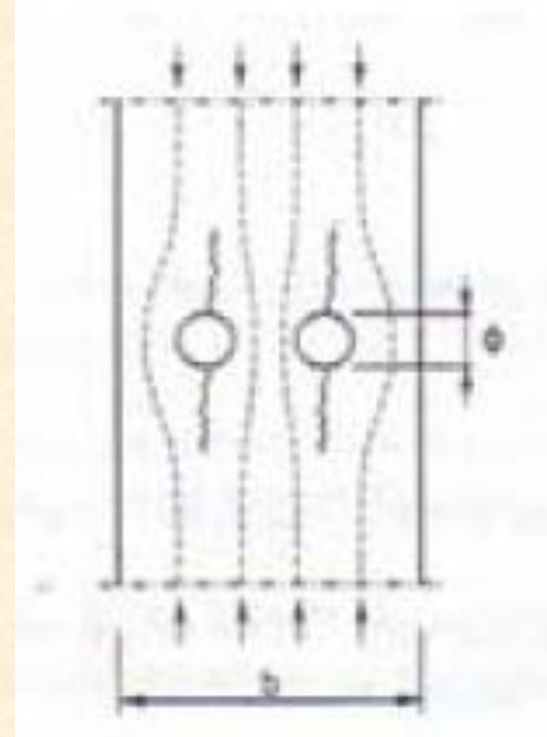


Kad su u rebru kablovi sa injektiranim cijevima prečnika  $\phi > b_w/8$ , nosivost pri smicanju  $V_{Rd,max}$  treba da se izračuna sa nominalnom debljinom rebra:

$$b_{w,nom} = b_w - 0.5 \sum \phi$$

gdje je  $\phi$  spoljašnji prečnik cijevi, a  $\sum \phi$  se određuje na najnepovoljnijem nivou visine poprečnog presjeka.

Za cijevi od rebrastog lima u kojima su kablovi injektirani, za  $\phi \leq b_w/8$  može se smatrati da je  $b_{w,nom} = b_w$ .



Za cijevi koje nijesu injektirane, za injektirane plastične cijevi i za kablove bez prijanjanja sa betonom, nominalna širina rebra je:

$$b_{w,nom} = b_w - 1.2 \sum \phi$$

Vrijednost 1.2 u gornjem izrazu uvedena je zbog cijepanja pritisnutih betonskih štapova. Ako se obezbijedi adekvatna poprečna armatura vrijednost može da se smanji na 1.0.

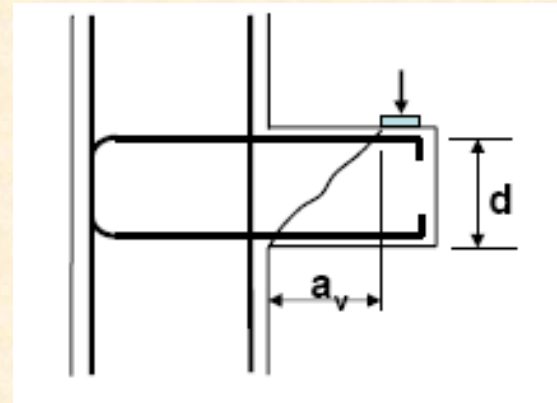
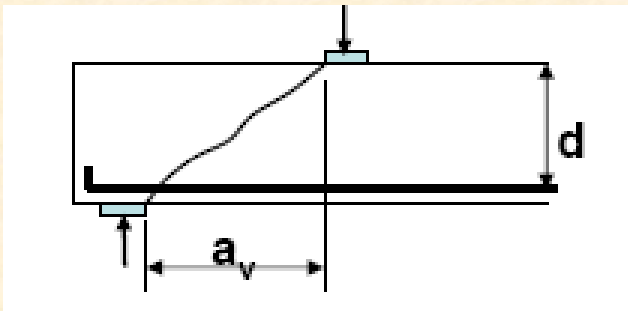
**Dodatna sila zatezanja u podužnoj armaturi  $\Delta F_{td}$  može da se izračuna iz izraza:**

$$\Delta F_{td} = 0.5 V_{Ed} (ctg\theta - ctg\alpha)$$

Pri čemu  $(M_{Ed}/z) + \Delta F_{td}$  ne treba da je veće od  $M_{Ed,max}/z$

## Smičuća nosivost za elemente opterećenje u blizini oslonca

Pri proračunu sile smicanja  $V_{Ed}$  za elemente opterećene sa gornje strane unutar rastojanja  $0,5d \leq a_v \leq 2,0d$  od ivice oslonca, opterećenje se redukuje koeficijentom  $\beta = a_v/2d$



Sila smicanja  $V_{Ed}$  sračunata na ovaj način treba da zadovolji uslov:

$$V_{Ed} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha$$